

Table des matières

| | |
|--|------------|
| Avant-propos | V |
| Comment s'y prendre ? | X |
| Sommaire | XII |
| 1. Nombres réels et suites | 2 |
| Introduction | 2 |
| Exploration | 4 |
| Synthèse | 14 |
| 1. Qu'est-ce qu'un axiome ? | 14 |
| 2. Quels sont les axiomes des nombres réels ? | 14 |
| 3. Quels sont les sous-ensembles des nombres réels ? | 17 |
| 4. Comment caractériser l'écriture décimale d'un nombre rationnel, d'un nombre irrationnel ? | 18 |
| 5. Qu'est-ce qu'une valeur absolue ? Quelles sont ses propriétés ? | 19 |
| 1.1 Valeur absolue | 19 |
| 6. Dénombrable ou continu ? | 19 |
| 7. Qu'est-ce qu'une suite ? | 20 |
| 8. Comment définir une suite en utilisant la notion de fonction ? | 20 |
| 1.2 Suite numérique | 20 |
| 1.3 Terme et indice | 20 |
| 9. Comment reconnaître une suite arithmétique et utiliser les notations appropriées ? | 21 |
| 1.4 Suite arithmétique | 21 |
| 10. Comment représenter (ou reconnaître) une suite arithmétique dans un repère cartésien ? | 21 |
| 11. Quelles sont les formules les plus utiles pour les suites arithmétiques ? | 22 |
| 12. Comment calculer rapidement la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique ? | 22 |
| 13. Comment reconnaître une suite géométrique et utiliser les notations appropriées ? | 23 |
| 1.5 Suite géométrique | 23 |
| 14. Comment représenter une suite géométrique de raison positive dans un repère cartésien ? | 24 |
| 15. Quelles sont les formules les plus utiles pour les suites géométriques ? | 25 |
| 16. Comment calculer la somme des n premiers termes d'une suite géométrique ? | 25 |

| | | |
|-----------|---|-----------|
| 17. | Quelle est la limite d'une suite ? Qu'est-ce qu'une suite convergente ? | 26 |
| 1.6 | Limite d'une suite | 26 |
| 18. | Comment calculer la somme de tous les termes d'une suite ? | 28 |
| | Exercices | 30 |
| 2. | Algèbre financière | 45 |
| | Introduction | 45 |
| | Exploration | 46 |
| | Synthèse | 51 |
| 1. | Comment utiliser les suites arithmétiques pour calculer un intérêt simple ? | 51 |
| 2.1 | Intérêt simple | 51 |
| 2.2 | Valeur acquise | 51 |
| 2. | Comment utiliser les suites géométriques dans le cadre des intérêts composés ? | 51 |
| 2.3 | Intérêts composés | 51 |
| 2.4 | Valeur acquise par un capital placé à intérêts composés | 51 |
| 3. | Qu'appelle-t-on taux équivalents ? Comment les calculer ? | 52 |
| 2.5 | Taux équivalents | 52 |
| 4. | Qu'appelle-t-on annuité, mensualité ? | 53 |
| 2.6 | Annuités | 53 |
| 5. | Comment calculer la valeur acquise au moment du dernier versement par une suite d'annuités constantes ? | 53 |
| 6. | Comment calculer la valeur actuelle d'une suite d'annuités égales ? | 54 |
| 2.7 | Valeur actuelle | 54 |
| 7. | Qu'est-ce qu'un crédit à la consommation ? Quelles en sont les différentes formes ? | 55 |
| 8. | Comment calculer le montant des mensualités d'un financement ou d'un prêt personnel ? | 56 |
| 9. | Comment dresser un tableau d'amortissement ? | 57 |
| | Outils numériques | 58 |
| | Exercices | 61 |
| 3. | Fonctions trigonométriques | 66 |
| | Introduction | 66 |
| | Exploration | 68 |
| | Synthèse | 77 |
| 1. | Comment encadrer le nombre π ? | 77 |
| 2. | Qu'appelle-t-on arc et secteur circulaire ? | 78 |
| 3.1 | Arc de cercle | 78 |
| 3.2 | Secteur circulaire | 78 |

| | | |
|-----------|--|------------|
| 3. | Qu'appelle-t-on cercle trigonométrique ? | 78 |
| | 3.3 Cercle trigonométrique | 78 |
| 4. | Comment mesurer un angle en radian ? | 79 |
| | 3.4 Radian | 79 |
| | 3.5 Mesure principale d'un angle | 79 |
| 5. | Quelles sont les caractéristiques de la fonction de référence $x \rightarrow \sin x$ (x en radians) ? | 81 |
| | 3.6 Période d'une fonction | 81 |
| | 3.7 Amplitude | 81 |
| 6. | Quelles sont les caractéristiques de la fonction $x \rightarrow \cos x$ (x en radians) ? | 82 |
| 7. | Quelles sont les caractéristiques de la fonction $x \rightarrow \tan x$ (x en radians) ? | 83 |
| 8. | Comment interpréter les différents paramètres d'une fonction de la forme $x \rightarrow a \sin (bx + c) + d$ pour en tracer le graphique ? | 84 |
| 9. | Comment repérer les différents paramètres de la fonction $x \rightarrow f(x) = a \sin (bx + c) + d$ sur le graphique pour retrouver son expression ? | 86 |
| 10. | Que modélise une fonction de la forme $x \rightarrow a \sin (bx + c)$? | 87 |
| | Outils numériques | 89 |
| | Exercices | 91 |
| 4. | Limites et asymptotes | 102 |
| | Introduction | 102 |
| | Exploration | 104 |
| | Synthèse | 123 |
| 1. | Qu'est-ce qu'une fonction ? Quel vocabulaire utilise-t-on pour décrire une fonction ? | 123 |
| | 4.1 Fonction | 123 |
| | 4.2 Domaine de définition | 123 |
| | 4.3 Zéro d'une fonction | 123 |
| 2. | Comment déterminer le domaine de définition d'une fonction à partir de son expression analytique ? | 123 |
| 3. | Comment additionner, multiplier ou diviser deux fonctions ? | 124 |
| | 4.4 Somme de deux fonctions | 124 |
| | 4.5 Produit de deux fonctions | 125 |
| | 4.6 Quotient de deux fonctions | 125 |
| 4. | Comment composer des fonctions ? | 126 |
| | 4.7 Composée de deux fonctions | 126 |
| 5. | Comment décomposer une fonction ? | 127 |
| 6. | Comment cerner la notion de limite en un réel ? | 128 |
| 7. | Qu'est-ce que la « limite à droite » et la « limite à gauche » d'une fonction en un réel ? | 130 |

| | | |
|-----|---|-----|
| 8. | Comment découvrir la limite d'une fonction en l'infini ? | 131 |
| 9. | La variable d'une fonction peut-elle tendre vers n'importe quel nombre réel ou n'importe quel élément infini ? | 132 |
| | 4.8 Adhérence d'un réel à un ensemble | 132 |
| | 4.9 Ensemble majoré | 133 |
| | 4.10 Ensemble minoré | 133 |
| 10. | Comment définir les limites ? | 134 |
| | 4.11 Limite réelle en un réel | 134 |
| | 4.12 Limite égale à $+\infty$ en un réel | 135 |
| | 4.13 Limite égale à $-\infty$ en un réel | 136 |
| | 4.14 Limite réelle en $+\infty$ | 136 |
| | 4.15 Limite réelle en $-\infty$ | 137 |
| 11. | Une limite est-elle toujours unique ? | 137 |
| 12. | Comment transformer les définitions des limites en un réel pour obtenir celles des limites à gauche et à droite ? | 138 |
| | 4.17 Limite à gauche, cas réel | 138 |
| | 4.18 Limite à droite, cas réel | 138 |
| | 4.19 Limites à gauche et à droite distinctes | 138 |
| 13. | Comment déterminer une limite par encadrement ou comparaison ? | 139 |
| | 4.20 Théorème du sandwich | 139 |
| | 4.21 Théorème de comparaison | 140 |
| 14. | Quelles sont les règles de calcul dans \mathbb{R} et leurs applications aux limites ? | 140 |
| | 4.22 Limite d'une somme | 141 |
| | 4.23 Limite d'un produit | 142 |
| | 4.24 Limite d'un quotient | 143 |
| | 4.25 Limite d'une fonction composée | 143 |
| 15. | Comment calculer les limites d'une fonction polynôme ? | 143 |
| | 4.26 Limite en l'infini d'une fonction polynôme | 144 |
| 16. | Comment calculer les limites d'une fonction rationnelle en un réel a ? | 144 |
| 17. | Comment calculer les limites d'une fonction rationnelle en $+\infty$ ou en $-\infty$? | 146 |
| 18. | Comment utiliser la règle du binôme conjugué pour lever une indétermination ? | 147 |
| 19. | Comment définir une asymptote au graphique d'une fonction ? | 149 |
| | 4.27 Asymptotes | 149 |
| 20. | Comment déterminer l'équation de l'asymptote oblique d'une fonction à partir de son expression analytique ? | 150 |
| | 4.28 Formules de Cauchy | 150 |
| 21. | Comment déterminer en pratique les asymptotes d'une fonction polynôme ou rationnelle ? | 151 |

| | | |
|-----------|---|------------|
| 22. | Comment déterminer en pratique les asymptotes d'une fonction irrationnelle ? | 153 |
| 23. | Quelles sont les limites des fonctions trigonométriques ? | 158 |
| | Exercices | 160 |
| 5. | Continuité | 180 |
| | Introduction | 180 |
| | Exploration | 182 |
| | Synthèse | 184 |
| 1. | Qu'appelle-t-on fonction continue en un réel ? | 184 |
| | 5.1 Continuité en un réel | 184 |
| 2. | Comment vérifier qu'une fonction est continue ? | 185 |
| | 5.2 Critère de continuité | 186 |
| 3. | Qu'est-ce que la continuité d'une fonction sur un intervalle ? | 186 |
| | 5.3 Continuité sur un intervalle | 186 |
| 4. | Qu'est-ce que la fonction partie entière ? | 187 |
| | 5.4 Fonction partie entière | 187 |
| 5. | Quels sont les théorèmes principaux concernant la continuité ? | 187 |
| | 5.5 Théorème des valeurs intermédiaires | 187 |
| | 5.6 Théorème de Bolzano | 188 |
| | Exercices | 188 |
| 6. | Dérivées et applications | 194 |
| | Introduction | 194 |
| | Exploration | 196 |
| | Synthèse | 209 |
| 1. | Comment calculer la variation et le taux d'accroissement d'une fonction entre deux points ? | 209 |
| 2. | Comment définir le nombre dérivé d'une fonction en un réel ? | 210 |
| | 6.1 Fonction dérivable | 210 |
| | 6.2 Nombre dérivé | 210 |
| 3. | Comment écrire l'équation d'une tangente ? Comment la tracer ? | 211 |
| 4. | Comment définir la fonction dérivée d'une fonction f ? | 211 |
| | 6.3 Domaine de dérivabilité | 211 |
| | 6.4 Fonction dérivée | 211 |
| 5. | Quelles sont les dérivées des fonctions usuelles ? | 212 |
| 6. | Comment écrire un radical sous forme d'une puissance ? | 213 |
| | 6.5 Puissance à exposant rationnel | 213 |

| | | |
|-----------|--|------------|
| 7. | Quel lien y a-t-il entre dérivabilité et continuité ? | 214 |
| | 6.6 Dérivabilité et continuité | 214 |
| 8. | Comment dériver la somme, le produit, le quotient de fonctions ? | 214 |
| | 6.7 Dérivée d'une somme | 214 |
| | 6.8 Dérivée d'un produit | 214 |
| | 6.9 Dérivée d'un quotient | 215 |
| 9. | Comment dériver les fonctions composées ? | 218 |
| | 6.10 Dérivée de la composée de fonctions | 218 |
| 10. | En quels points une fonction peut-elle être non dérivable ? | 219 |
| | 6.11 Tangente verticale | 219 |
| | 6.12 Point de rebroussement | 220 |
| 11. | Peut-on trouver une tangente parallèle à une sécante donnée ? | 220 |
| | 6.14 Théorème de Lagrange | 220 |
| | 6.15 Théorème de Rolle | 221 |
| 12. | Qu'est-ce qu'un maximum ou un minimum local d'une fonction ? | 221 |
| | 6.16 Maximum local | 222 |
| | 6.17 Minimum local | 222 |
| 13. | Quel est le lien entre le sens de variation d'une fonction et le signe de sa dérivée ? | 222 |
| | 6.18 Lien entre signe de la dérivée et croissance | 222 |
| 14. | Qu'est-ce que la concavité d'une fonction ? Comment la déterminer ? | 223 |
| | 6.19 Concavité tournée vers le haut | 223 |
| | 6.20 Concavité tournée vers le bas | 223 |
| | 6.21 Point d'inflexion | 223 |
| 15. | Comment calculer une limite en utilisant les dérivées ? | 224 |
| | 6.22 Règle de L'Hospital | 224 |
| 16. | Quelles sont les situations que l'on modélise par un calcul de dérivée ? | 226 |
| | Outils numériques | 227 |
| | Exercices | 229 |
| 7. | Statistique à deux variables | 255 |
| | Introduction | 255 |
| | Exploration | 256 |
| | Synthèse | 263 |
| 1. | Qu'appelle-t-on série statistique à deux variables ? | 263 |
| | 7.1 Série statistique à deux variables | 263 |
| 2. | Qu'est-ce qu'un ajustement affine ? Pourquoi l'utiliser ? | 263 |

| | | |
|-----------|---|------------|
| 3. | Comment déterminer un ajustement affine par la méthode de Mayer ? | 264 |
| 4. | Quelles sont les propriétés du symbole Σ ? | 265 |
| 5. | Comment déterminer la droite de régression ? | 265 |
| | 7.2 Droite de régression de y en x (de y par rapport à x) | 265 |
| | 7.3 Droite de régression et point moyen | 267 |
| | 7.4 Coefficient de régression | 267 |
| 6. | Comment déterminer et apprécier une corrélation linéaire entre deux variables ? | 268 |
| 7. | Quels liens y a-t-il entre variance, écart-type, coefficient de détermination et coefficient de corrélation ? | 269 |
| 8. | Ne pas confondre corrélation et causalité ! | 270 |
| | Outils numériques | 271 |
| | Exercices | 273 |
| 8. | Équations et inéquations trigonométriques | 286 |
| | Introduction | 286 |
| | Exploration | 288 |
| | Synthèse | 291 |
| 1. | Comment exprimer le sinus, le cosinus et la tangente d'une somme ou d'une différence de deux angles ? (formules d'addition) | 291 |
| 2. | Comment exprimer le sinus, le cosinus et la tangente d'un angle double ? (formules de duplication) | 291 |
| 3. | Comment exprimer le carré d'un sinus ou d'un cosinus en fonction du cosinus de l'angle double ? (formules de Carnot) | 291 |
| 4. | Comment transformer un produit de nombres trigonométriques en une somme ou une différence ? | 292 |
| 5. | Comment transformer une somme ou une différence de nombres trigonométriques en un produit ? (formules de Simpson) | 292 |
| 6. | Comment résoudre une équation trigonométrique élémentaire ? | 293 |
| 7. | Comment utiliser les formules trigonométriques pour résoudre une équation ? | 295 |
| 8. | Comment résoudre une équation réductible au second degré ? | 296 |
| 9. | Comment résoudre une équation homogène en $\sin x$ et $\cos x$? | 297 |
| 10. | Comment résoudre l'équation $a \cos x + b \sin x = c$ ($a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$) ? | 298 |
| 11. | Comment résoudre une inéquation trigonométrique ? | 299 |
| | Outils numériques | 300 |
| | Exercices | 302 |

| | |
|--|------------|
| 9. Orthogonalité dans l'espace | 310 |
| Introduction | 310 |
| Exploration | 312 |
| Synthèse | 315 |
| 1. Qu'appelle-t-on droites orthogonales dans l'espace ? | 315 |
| 9.1 Droites orthogonales | 315 |
| 2. Comment définir la perpendicularité entre une droite et un plan ? Comment la vérifier ? | 315 |
| 9.2 Droite perpendiculaire à un plan | 315 |
| 9.3 Critère de perpendicularité d'une droite et d'un plan | 316 |
| 3. Comment vérifier que deux droites sont orthogonales ? | 318 |
| 9.4 Critère d'orthogonalité de deux droites | 318 |
| 4. Comment définir la perpendicularité entre deux plans ? Comment la vérifier ? | 319 |
| 9.5 Plans perpendiculaires | 319 |
| 9.6 Critère de perpendicularité de deux plans | 319 |
| 5. Comment construire une perpendiculaire commune à deux droites gauches et montrer qu'elle est unique ? | 320 |
| 9.7 Perpendiculaire commune à deux droites gauches | 320 |
| 6. Comment définir la distance d'un point à un plan ? D'un point à une droite ? | 321 |
| 9.8 Distance d'un point à un plan | 321 |
| 9.9 Distance d'un point à une droite | 321 |
| 9.10 Distance entre deux droites gauches | 322 |
| 7. Quel est le lieu des points équidistants de deux points donnés ? | 322 |
| 9.11 Lieu des points équidistants de deux points donnés | 322 |
| 9.12 Plan médiateur | 323 |
| Exercices | 324 |
| | |
| 10. Géométrie vectorielle du plan et de l'espace | 328 |
| Introduction | 328 |
| Exploration | 330 |
| Synthèse | 338 |
| 1. Comment repérer un point dans l'espace ? | 338 |
| 2. Comment caractériser les vecteurs de l'espace ? | 339 |
| 10.1 Norme d'un vecteur | 339 |
| 10.2 Choix arbitraire de l'origine d'un vecteur | 339 |
| 10.3 Somme de deux vecteurs – Relation de Chasles | 339 |
| 10.4 Propriétés de l'addition vectorielle | 339 |

| | |
|---|------------|
| 10.5 Produit d'un vecteur par un réel | 340 |
| 10.6 Propriétés de la multiplication d'un vecteur par un réel | 340 |
| 10.7 Vecteurs colinéaires | 340 |
| 10.8 Points alignés et points coplanaires | 340 |
| 10.9 Vecteurs coplanaires (linéairement dépendants ou parallèles à un même plan) | 340 |
| 3. Comment calculer et utiliser les composantes d'un vecteur de l'espace dans un repère ? | 341 |
| 4. Qu'est-ce que le produit scalaire de deux vecteurs ? | 341 |
| 10.10 Produit scalaire dans le plan | 341 |
| 10.11 Produit scalaire dans l'espace | 342 |
| 5. Quelles sont les propriétés du produit scalaire ? | 343 |
| 10.12 Produit scalaire et projection orthogonale | 343 |
| 10.13 Propriétés du produit scalaire | 343 |
| 6. Comment calculer la norme d'un vecteur, la distance entre deux points dans un repère orthonormé ? | 344 |
| 10.14 Produit scalaire dans un repère orthonormé | 344 |
| 10.15 Norme d'un vecteur dans un repère orthonormé de l'espace | 344 |
| 7. Comment calculer l'angle entre deux vecteurs ? | 345 |
| 10.16 Cosinus de l'angle entre deux vecteurs du plan dans un repère orthonormé | 345 |
| 10.17 Cosinus de l'angle entre deux vecteurs de l'espace dans un repère orthonormé | 345 |
| 8. Comment définir et vérifier l'orthogonalité de deux vecteurs ? | 345 |
| 10.18 Vecteurs orthogonaux | 345 |
| 10.19 Vecteurs orthogonaux dans un repère orthonormé de l'espace | 346 |
| 9. Comment démontrer vectoriellement le théorème d'Al Kashi ? | 346 |
| Exercices | 347 |
| | |
| 11. Géométrie analytique de l'espace | 360 |
| Introduction | 360 |
| Exploration | 362 |
| Synthèse | 370 |
| 1. Qu'est-ce qu'une équation vectorielle d'une droite de l'espace ? Comment la déterminer ? | 370 |
| 11.1 Vecteur directeur d'une droite | 370 |
| 2. Comment déterminer un système d'équations paramétriques d'une droite ? | 371 |
| 3. Comment déterminer des équations cartésiennes d'une droite ? | 372 |
| 4. Comment écrire des équations paramétriques d'une droite dont on connaît des équations cartésiennes ? | 373 |
| 5. Qu'est-ce qu'une équation vectorielle d'un plan de l'espace ? | 374 |
| 11.2 Vecteurs directeurs d'un plan | 374 |
| 6. Comment déterminer un système d'équations paramétriques d'un plan ? | 375 |

| | | |
|-----|--|------------|
| 7. | Comment déterminer une équation cartésienne d'un plan dont on connaît un système d'équations paramétriques ? | 376 |
| 8. | Qu'est-ce qu'une matrice ? | 377 |
| | 11.3 Matrice de genre $p \times n$ | 377 |
| 9. | Qu'est-ce que le déterminant d'une matrice carrée ? Comment le calculer ? | 378 |
| | 11.4 Déterminant d'une matrice | 378 |
| | 11.5 Mineur et cofacteur | 379 |
| | 11.6 Déterminant et cofacteurs | 379 |
| 10. | Quelles sont les propriétés des déterminants ? | 380 |
| 11. | Comment trouver l'équation cartésienne d'un plan à l'aide d'un déterminant ? | 380 |
| 12. | Qu'appelle-t-on forme canonique de l'équation cartésienne d'un plan ? | 381 |
| 13. | Qu'est-ce qu'un vecteur normal à un plan ? | 382 |
| | 11.7 Vecteur normal à un plan | 383 |
| 14. | Comment trouver l'équation cartésienne d'un plan dont on connaît un vecteur normal et un point ? | 383 |
| | 11.8 Vecteur normal et équation cartésienne d'un plan | 384 |
| | 11.9 Équation cartésienne d'un plan et vecteur normal | 384 |
| 15. | Comment représenter un plan dont on connaît l'équation cartésienne ? | 385 |
| 16. | Comment traduire le parallélisme ? | 386 |
| 17. | Comment traduire la perpendicularité ou l'orthogonalité ? | 387 |
| 18. | Comment reconnaître le parallélisme ou l'orthogonalité de plans à partir de leurs équations cartésiennes ? | 387 |
| 19. | Comment calculer la distance d'un point à un plan ou à une droite ? | 388 |
| 20. | Qu'est-ce qu'un système d'équations linéaires ? | 389 |
| | 11.10 Solution d'un système | 389 |
| | 11.11 Systèmes équivalents | 389 |
| 21. | Comment résoudre un système d'équations par la méthode de substitution ? | 390 |
| 22. | Comment résoudre un système de trois équations linéaires par la méthode de Gauss ? | 393 |
| 23. | Qu'est-ce qu'un système de Cramer et comment résoudre un système par la règle de Cramer ? | 396 |
| | 11.12 Système de Cramer | 396 |
| | 11.13 Règle de Cramer | 396 |
| 24. | Comment interpréter géométriquement les solutions d'un système de deux équations à deux inconnues ? | 397 |
| 25. | Comment interpréter géométriquement les solutions d'un système de trois équations à trois inconnues ? | 398 |
| 26. | Comment discuter un système ? | 400 |
| | Outils numériques | 403 |
| | Exercices | 405 |
| | Index | 426 |